INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES LYON

# IEFS-S3 - Physique - corrigé barème

FIMI2
Année 2024-2023

**Note pour tout le sujet :** pas de points si résultat sans unité.

| **Champ électrique créé par deux fils infinis chargés** | **Points** | **Total/ question** |
|---|---|---|
| Q1-1. On se place dans un repère cylindrique d'axe $z$ correspondant à l'axe du cylindre<br>Tout plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est plan de symétrie de la distribution de charges, donc de $\vec{E}$ et le champ $\vec{E}(M)$ est contenu dans ce plan, donc $\vec{E}\cdot\vec{u}_\theta = E_\theta = 0$<br>Tout plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est plan de symétrie de la distribution de charges (fils infinis), et $E_z = 0$<br>Finalement $\vec{E} = E_r(r,\theta,z)\,\vec{u}_r$<br>Invariances en $\theta$ et $z$, ce qui aboutit à : $\vec{E} = E_r(r)\,\vec{u}_r$ | 0,5<br>1.5 (-1 par erreur)<br><br>1 | <br><br><br>3 |
| On utilise l'équation de Maxwell-Gauss : $div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$<br>Ici, $\rho = 0$ car on n'a que des charges surfaciques<br>Avec la divergence en coordonnées cylindriques, il vient : $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\,E_r) = 0 \Rightarrow rE_r(r>a) = A$ et $rE_r(r<a) = A_0$ avec $A$ et $A_0$ des constantes<br>Avec $r = 0$ ou $\vec{E}(O) = \vec{0}$ (car $xOy$, $yOz$ et $xOz$ sont plans de symétrie des charges, donc de $\vec{E}$, d'où $E_z(O) = 0 = E_x(O) = E_y(O)$ respectivement) : $A_0 = 0$<br>relation de passage en $r = a$ : $\Delta(\varepsilon\vec{E}_\parallel) = \sigma\vec{u}_r \Rightarrow \varepsilon_0 E_r(a^+) - 0 = \varepsilon_0\frac{A}{a} = \sigma$ :<br>$\vec{E}(r>a) = \frac{a\sigma}{\varepsilon_0 r}\vec{u}_r$ | <br>1<br>1,5<br>1<br><br>1,5 | <br><br><br><br><br>5 |
| Q1-2. A partir de $\vec{E} = -\vec{\nabla} = -\frac{\partial V}{\partial r}$<br>On détermine $V$ par intégration. Condition aux limites : $V(r \leqslant a) = V_0$. On trouve $V(r \geqslant a) = V_0 - \frac{a\sigma}{\varepsilon_0}\ln\left(\frac{r}{a}\right)$ par continuité en $r = a$ | 1<br>1 | <br>2 |
| Q1-3. invariance sur $z$ uniquement (fils infinis) : 0.5. $(xOz)$ plan d'antisymétrie des charges : 0.5. $(yOz)$ plan de symétrie des charges : 0.5. $\forall M, (xMy)$ plan de symétrie des charges et de $\vec{E}$ : 0.5<br>Bonus : $\vec{E} = E_y\,\vec{u}_y$ dans le plan $x = 0$ | 2<br>Bonus : 2 | <br>2 (+2 Bonus) |
| Q1-4. avec $\vec{E}_1$ créé par $\sigma_1 = +\sigma$ et $\vec{E}_2$ créé par $\sigma_2 = -\sigma$ :<br>$\vec{E}_1(r_1 = h - y) = \frac{a\sigma}{\varepsilon_0(h-y)}(-\vec{u}_y)$ et $\vec{E}_2(r_2 = h + y) = \frac{a(-\sigma)}{\varepsilon_0(h+y)}(+\vec{u}_y)$ | $2\times 1$ | 2 |
| Q1-5. Th. de superposition : $\vec{E}(0,y,z) = \vec{E}_1(r_1) + \vec{E}_2(r_2)$<br>Il vient $\vec{E}(0,y,z) = \frac{a\sigma}{\varepsilon_0}\frac{2h}{h^2 - y^2}(-\vec{u}_y)$ | 0,5<br>0,5 | <br>1 |
| Q1-6. Th. de Coulomb ou bien Relations de passage en $M_0$ à la surface du conducteur :<br>$\vec{E}(M_0^-) = \vec{0}$ puisque dans conducteur à l'équilibre électrostatique.<br>$\Delta(\vec{E}_\parallel) = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_\parallel(M_0^+) = \vec{0}$<br>$\Delta(\varepsilon\vec{E}_\perp) = \sigma_T\,\vec{n} \Rightarrow \vec{E}(M_0^+) = E_\parallel(M_0^+) + \vec{E}_\perp(M_0^+) = \vec{E}_\perp(M_0^+) = \frac{\sigma_T}{\varepsilon_0}\vec{n}$<br>$(0,0,z)$ est à la surface de la Terre considérée comme un conducteur, de normale $\vec{n} = \vec{u}_y$<br>$\frac{\sigma_T}{\varepsilon_0}\vec{u}_y = \vec{E}(0,0,z) = -\frac{2\sigma}{\varepsilon_0}\frac{a}{h}\vec{u}_y \Rightarrow \sigma_T = -\frac{2a\sigma}{h}$ | 1<br><br>2<br><br>1 | <br><br><br><br>4 |
| **Total pour cette partie** : | | 19 + 2 bonus |

| **Moteur asynchrone** | **Points** | **Total/ question** |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| Q2-1. $\Phi(t) = \iint_{spire} \vec{B} \cdot \vec{dS}$, comme le champ est considéré comme uniforme sur la spire cela donne $B_0 S \cos(\widehat{(\vec{B}, \vec{n})}) \Rightarrow \Phi(t) = B_0 S \cos((\omega_0 - \omega)t)$<br>bonus : ici on n'utilise $\vec{B} = \vec{B}^{app}$ car $e^p_{ind}$ est pris en compte avec la donnée de $L$ de la spire | 2<br><br>bonus 1 | 2 |
| Q2-2. $e_{ind} = -\dfrac{d\Phi(t)}{dt} = (\omega_0 - \omega) B_0 S \sin((\omega_0 - \omega)t)$. | 1 | 1 |
| Q2-3. $e_m = (\omega_0 - \omega) B_0 S$, $\varphi_e = \frac{\pi}{2}$ et $\omega_e = \omega_0 - \omega$ | 0,5+1+0,5 | 2 |
| Q2-4. $e_{ind}(t) = Ri(t) + L\dfrac{di(t)}{dt}$<br>En régime harmonique : $\underline{e}_{ind}(t) = (R + jL\omega_e)\underline{i}_{ind}(t)$<br>d'où $Z = R + jL\omega_e$, $\|Z\| = \sqrt{R^2 + (L\omega_e)^2}$ et $\tan\varphi = \dfrac{L\omega_e}{R}$ | <br>1<br>1 | <br><br>2 |
| Q2-5. $\underline{i}_{ind} = \dfrac{\underline{e}_{ind}}{Z} = \dfrac{e_m}{\|Z\|} e^{j(\omega_e t - \frac{\pi}{2} - \varphi)} \Rightarrow i_{ind}(t) = \mathrm{Re}\left(\underline{i}_{ind}(t)\right) = \dfrac{e_m}{\|Z\|}\cos(\omega_e t - \dfrac{\pi}{2} - \varphi)$<br>$\Rightarrow i_{ind}(t) = \dfrac{e_m}{\|Z\|}\sin(\omega_e t - \varphi)$<br>remarque : le calcul se fait aussi à partir des représentations algébriques des complexes :<br>$\underline{i}_{ind} = \dfrac{\underline{e}_{ind}}{Z} = \dfrac{e_m}{R^2 + L^2\omega_e^2}\left(R - jL\omega_e\right)(-j)\, e^{j(\omega_e t)}$<br>d'où $i_{ind} = \mathrm{Re}(\underline{i}_{ind}) = \dfrac{e_m}{R^2 + L^2\omega_e^2}\left(R\sin(\omega_e t) - L\omega_e\cos(\omega_e t)\right)$ | 1,5 | 1,5 |
| Q2-6. $\vec{m} = iS\vec{n}$. Le schéma doit montrer le sens positif choisi pour le courant et la normale orientée qui en résulte. | 1 (-0,5 par oubli) | 1 |
| Q2-7. La variation de flux magnétique à travers la spire, due à la rotation du champ magnétique engendre une f.é.m. induite (induction statique), elle même à l'origine d'un courant induit. La spire parcourue par un courant et plongée dans le champ magnétique uniforme est soumise à des forces de Laplace dont l'action la met en mouvement de rotation. Elle est soumise au couple de moment résultant $\vec{\mathscr{M}}(t) = \vec{m}(t) \wedge \vec{B}(t)$.<br>On peut aussi invoquer la règle du flux maximum et dire que la boucle de courant abandonnée aux forces de Laplace évolue de manière à maximiser le flux. Elle cherche donc à aligner sa normale avec la direction du champ magnétique. Donc elle tourne et cherche à la rattraper. | 2 (-0,5 par oubli) | 2 |
| Q2-8. $\vec{\mathscr{M}}(t) = i_{ind} S\vec{n} \wedge \vec{B} = i_{ind} S B_0 \sin(\omega_e t)\vec{u}_z$<br>$\Rightarrow \mathscr{M}_z(t) = \dfrac{e_m S B_0}{\|Z\|}\sin(\omega_e t - \varphi)\sin(\omega_e t)$ (ou encore $= \dfrac{e_m S B_0}{2\|Z\|}\left[\cos\varphi - \cos(2\omega_e t - \varphi)\right]$)<br>(Remarque : Comme $\cos\varphi = \dfrac{R}{\|Z\|}$ et $\sin\varphi = \dfrac{L\omega_e}{\|Z\|}$, après développement on obtient par ex. $\mathscr{M}_z = \dfrac{e_m S B_0}{R^2 + L^2\omega_e^2}\left[R\sin(\omega_e t) - L\omega_e\cos(\omega_e t)\right]\sin(\omega_e t)$ mais l'expression de la ligne précédente suffit)<br>bonus : ici on ne prend pas en compte $\vec{B}_p$ dans $\vec{\mathscr{M}}$ car contribue uniquement au torseurs des forces intérieures, or $\vec{\mathscr{M}}_{int} = \vec{0}$ | 2<br><br>(ou toute expression équivalente)<br><br>bonus 0,5 | 2 |
| Q2-9. $\langle\cos(2\omega_e t - \varphi)\rangle = 0$, ou bien $\int_0^{T_e}\cos(\omega_e t)\sin(\omega_e t)\,\mathrm{d}t = 0$ et $\dfrac{1}{T_e}\int_0^{T_e}\sin^2(\omega_e t)\,\mathrm{d}t = \dfrac{1}{2}$,<br>donc $\langle\mathscr{M}_z\rangle = \dfrac{e_m S B_0}{2\|Z\|}\cos\varphi = \dfrac{\omega_e (SB_0)^2}{2}\dfrac{\cos\varphi}{\|Z\|} = \dfrac{R\omega_e (SB_0)^2}{2(R^2 + L^2\omega_e^2)}$ | 1,5 | 1,5 |
| Q2-10. Le couple est moteur pour $\langle\mathscr{M}_z\rangle \geqslant 0 \Leftrightarrow 0 \leqslant \omega \leqslant \omega_0$,<br>le rotor est toujours un peu en retard sur le champ magnétique.<br>Au démarrage, le couple est bien moteur et le moteur peut démarrer, sauf si un couple résistant trop important est présent quelque part (supérieur à 0.6 $\mathscr{M}_{max}$) | 1<br>bonus 0,5<br>0,5<br>bonus 0,5 | 1,5 |
| Q2-11. Le couple est nul : frontière entre le fonctionnement moteur et génératrice (non exigible : le rotor est accroché sur le champ magnétique.) | 1 | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| Q2-12. BONUS : Si on a un couple résistant $\langle \mathscr{M}_{z_{\text{rés.}}} \rangle = -0.2 \quad \langle \mathscr{M}_{z_{max}} \rangle$, le rotor se stabilisera à une vitesse telle que le couple total est nul, soit $\langle \mathscr{M}_z \rangle + \langle \mathscr{M}_{z_{\text{rés.}}} \rangle = 0 \Rightarrow \dfrac{\langle \mathscr{M}_z \rangle}{\langle \mathscr{M}_{z_{max}} \rangle} = 0.2$. On voit sur la figure que le point de fonctionnement va remonter sur la partie verticale de la courbe jusqu'à une valeur du moment moyen normalisé de 0.2 et que par conséquent la vitesse angulaire $\omega$ va prendre une valeur légèrement inférieure à $\omega_0$. Le rotor tourne donc légèrement moins vite que le champ magnétique, d'où le nom de moteur asynchrone.<br>Surbonus : On remarque qu'en raison de la vitesse relative du rotor (l'induit) par rapport au champ magnétique, on est en présence d'un phénomène d'induction mutuelle. | bonus 1 | |
| **Total de cette partie :** | | 17.5 + bonus 3.5 |

| **Exercice 3 :** Recharge des voitures électrique sur des portions de route inductrices (27,5/63 + bonus 1) | **Points** | **Total/ question** |
|---|---|---|
| Q3-1. $N_1 i_1 = \iint \vec{j} \cdot \vec{u}_x \,\mathrm{d}S = \int_0^H \vec{k} \cdot \vec{u}_x \mathrm{d}z \Leftrightarrow N_1 i_1 = kH$ | 1 | 1 |
| Q3-2. dans le modèle nappes de courant parallèles à $(xOz)$ infinies :<br>invariances par toutes translations colinéaires à $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_z$ : $\vec{B}_1(y)$<br>$(xMy)$ plan de symétrie des densités de courants $\vec{k}$ et $\vec{k}'$, donc d'antisymétrie de $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_1(M) = B_{1z}(y)\vec{u}_z$ | 0,5<br>1 (être exigeant) | 1,5 |
| Q3-3. $(xOz)$ plan d'antisymétrie des densités de courants, donc de symétrie de $\vec{B}_1$ et $B_{1z}(-y) = B_{1z}(y)$ (les composantes $\parallel$ de $\vec{B}_1$ sont des fonctions paires) | 1 | 1 |
| Q3-4. On a toujours $\vec{B}_0(y)$ par invariances, $(xMy)$ plan d'antisymétrie de $\vec{B}_0$ et $\vec{B}_0(M) = B_{0z}(y)\vec{u}_z$ :<br>dès lors $\overrightarrow{rot}\left(\dfrac{\vec{B}}{\mu}\right) = \dfrac{1}{\mu_0}\dfrac{\partial B_{0z}}{\partial y}\vec{u}_x = \dfrac{1}{\mu_0}\dfrac{\mathrm{d}B_{0z}}{\mathrm{d}y}\vec{u}_x \overset{MA}{=} \vec{0}$ (pas de courant volumique),<br>d'où $B_{0z}\left(y > -\frac{W}{2}\right) = cste1 = B_0^+$ et $B_{0z}\left(y < -\frac{W}{2}\right) = cste2 = B_0^-$<br>par ailleurs $y = -\dfrac{W}{2}$ plan de symétrie de $\vec{k}$, donc d'antisymétrie de $\vec{B}_0$, d'où $B_0^- = -B_0^+$ (éq1-$B_0$)<br>Relation de passage sur $\Delta\vec{B}_{\parallel}$ en $y = -\dfrac{W}{2}$ conduit à<br>$\dfrac{B_{0z}(y = -\frac{W^+}{2})}{\mu_0}\vec{u}_z - \dfrac{B_{0z}(y = -\frac{W^-}{2})}{\mu_0}\vec{u}_z = k\vec{u}_x \wedge \vec{u}_y = k\vec{u}_z \Leftrightarrow B_0^+ - B_0^- \overset{\text{éq}1\text{–}B0}{=} 2B_0^+ = \mu_0 k$ | 0,5<br>1,5<br>0,5<br>1<br>0,5 expression générale correcte<br>1 | 5 |
| Q3-5. $\vec{B}'_0$ créé par $\vec{k}'$ se déduit de $\vec{B}_0$ en remplaçant $k$ par $k'_x = -k$ :<br>$B'_{0z}\left(y > \frac{W}{2}\right) = B_0^{'+} = +\dfrac{\mu_0 k'_x}{2} = -\dfrac{\mu_0 k}{2} = -B'_{0z}((y < \frac{W}{2})$<br>on utilise le Th. de superposition en distinguant les zones de l'espace $y < -\dfrac{W}{2}$, $-\dfrac{W}{2} < y < \dfrac{W}{2}$ et $\dfrac{W}{2} < y$, on trouve :<br>$B_{1,z}\left(y < -\frac{W}{2}\right) = B_0^- + B_0^{'-} = -\dfrac{\mu_0 k}{2} + \dfrac{\mu_0 k}{2} = 0$,<br>$B_{1,z}\left(-\frac{W}{2} < y < \frac{W}{2}\right) = B_0^+ + B_0^{'-} = \dfrac{\mu_0 k}{2} + \dfrac{\mu_0 k}{2} = \mu_0 k$, et<br>$B_{1,z}\left(y < \frac{W}{2}\right) = B_0^+ + B_0^{'+} = \dfrac{\mu_0 k}{2} - \dfrac{\mu_0 k}{2} = 0$ :<br>on retrouve bien que $\vec{B}_1 = B_{1z}(y)\vec{u}_z$ et $B_{1z}(y)$ est paire | 1<br>0,5<br>1,5<br>0,5 tout ou rien | 3,5 |
| Q3-6. en utilisant $\vec{n} = +\vec{u}_z$ imposé par la définition du sens de $i_1$ | 0,5précision sens $\vec{n}$ | |

| | | |
|---|---|---|
| à travers 1 spire : $\varphi_1 = \iint \vec{B}_1 \cdot \vec{u}_z \, \mathrm{d}S = \mu_0 k D W$, et $L_1 = \dfrac{N_1 \varphi_1}{i_1} = \dfrac{\mu_0 N_1 k W D}{k \frac{H}{N_1}} = \dfrac{\mu_0 N_1^2 W D}{H}$ | 1,5 (-1 $L_1 < 0$ sans comm.) | 2 |
| Q3-7. $\vec{E}_m^{mot} = \vec{v} \wedge \vec{B}_1 = -v_0 B_1 \vec{u}_y$ uniforme :<br>dès lors $e_{ind}^{mot} = \oint \vec{E}_m^{mot} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = -v_0 B_1 \vec{u}_y \cdot \oint \mathrm{d}\overrightarrow{OM} = -v_0 B_1 \vec{u}_y \cdot \left[\overrightarrow{OM}\right]_A^{B=A} = 0$ | 1<br>1 | 2 |
| Q3-8. avec $e_2$ calculée dans le sens défini par $\vec{n}_2 = +\vec{u}_z$ :<br>$e_2 = -\dfrac{\mathrm{d}(N_2 \varphi_2)}{\mathrm{d}t}$, $\varphi_2 = \iint \vec{B}_1 \cdot \vec{u}_z \, \mathrm{d}S = B_{1,z}(t) S$ ($\vec{B}_1$ uniforme).<br>et finalement $\underline{e_2} = -j\omega N_2 B_1 S \sqrt{2}\, \mathrm{e}^{j\omega t}$ | 0,5 précision sens de $e_2$ calculé<br>1,5<br>0,5 | 2,5 |
| Q3-9 circuit 1 maille avec $i_2$ de sens $\underline{e_2}$ :<br>$\underline{i_2} = \dfrac{\underline{e_2}}{R_2 + jL_2\omega - \frac{j}{C_2\omega}} = \dfrac{\underline{e_2}}{R_2 + j\frac{L_2 C 2\omega^2 - 1}{C_2\omega}}$ (éq. circuit2) | 0,5 définition sens de $i_2$<br>1 (-0,5/ erreur signe) | 1,5 |
| Q3-10. (éq. circuit2) devient $\underline{i_2} = \dfrac{\underline{e_2}}{R_2}$ et $\underline{i_2}$ et $\underline{e_2}$ sont en phase. | 1 | 1 |
| Q3-11. en phase donc $P_{ind} = i_{2,\text{eff}} e_{2,\text{eff}} \times 1 = \dfrac{i_{2,max}}{\sqrt{2}} \dfrac{e_{2,max}}{\sqrt{2}}$.<br>$i_{2,max} = \dfrac{e_{2,max}}{R_2}$ et $e_{2,max} = \omega N_2 B_1 S \sqrt{2}$ : $P_{ind} = \dfrac{\omega^2 N_2^2 B_1^2 S^2}{R_2}$.<br>AN : $P_{ind} \simeq 59\,\text{kW}$ | 1<br>1<br>1,5 (0 sans unité) | 3,5 |
| Q3-12. en notant $d$ la distance parcourue pour consommer toute l'énergie accumulée, $\eta = \dfrac{20\text{kWh}}{100\text{km}}$ la consommation sur 100km, et $\tau = \dfrac{D}{v_0}$, le temps de parcours sur la portion de route inductrice (en négligeant les durée d'entrée et de sortie du circuit 2 de cette zone, donc en considérant que toute la surface $S$ du circuit 2 est entièrement dans cette zone pendant toute la durée $\tau$)<br>énergie accumulée $P_{ind}\tau = \eta d \Leftrightarrow d = \dfrac{P_{ind} D}{v \eta}$.<br>AN : Energie accumulée : $1930\,kJ$ (On rappelle que : $1\,Wh = 3600\,J$)<br>$d = \dfrac{59,1.10^3\text{W} \times 1\text{km}}{110\text{km}\,\text{h}^{-1} \times 20.10^3\text{Wh}(100\text{km})^{-1}} \simeq 2.7$ km | 1 (pour toute expression littérale cohérente, être exigeant sur la rédaction)<br>0.5<br>1 (-1 sans unité) | 2.5 |
| Q3-13. bonus : améliorations possibles<br>Le mieux est d'augmenter si possible toutes les grandeurs qui figurent au carré dans l'expression de la puissance. On peut imaginer augmenter le nombre de spires induites (sous la voiture), mais on augmente le poids et la résistance du circuit. On peut aussi augmenter la fréquence, mais il faut ensuite ajuster les impédances du circuit induit. On peut augmenter la valeur du champ magnétique, mais il faut faire passer un courant important dans l'inducteur... | bonus 2 | |
| **Total pour cette partie** : | | 27 + 2 bonus |
| **Total général :** | | 63.5 points + 7.5 bonus |